أسئلة الجبر والهندسة الفراغية

أولاً: اختر الاجابة الصحيحة من بين الأقواس:

١.

$ل_{ن}$: $ل_{ن+١}$ = ١ : ٧ فإن ن =..... (٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥)

٢.

اذا كان ع١ = ٢س -٣ + ٥ ت ، ع٢ = ٥ + (٢ص-١) ت فان س + ص = ... (٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧)

٣.

اذا كان $\begin{vmatrix} أ & ب \\ جـ & ء \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٢ & -١ \\ ٤ & ٠ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ٣ & ٠ \\ ٢ & ١ \end{vmatrix}$ فان أ ء -ب جـ = ... (٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠)

٤.

المستقيم يقع بتمامة في المستوي اذا اشترك مع المستوي في ..... (نقطة واحدة ، اكثر من نقطة)

٥.

المستقيمان المتقاطعان ..... (متخالفان ، يجمعهما مستوي واحد)

٦.

اذا كان طول قطر مكعب $٥\sqrt{٣}$ سم فإن مساحة سطحة = ...سم^{٢} (٢٥ ، ١٢٥ ، ١٥٠ ، ٢٢٥)

٧.

جتا $\frac{ط}{٦}$ + ت جا $\frac{ط}{٦}$ = ... (هـ$^{\frac{ط}{٦}}$ ، هـ$^{\frac{ط}{٣}ت}$ ، هـ^{٦ت} ، $\frac{١}{٦}$ هـ^{ط})

٨.

اذا كان $\tilde{ن}_{ن-٢}$ = ٢٨ فإن ن = ... (٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠)

٩.

اذا كان س ≠ صفر ،كان $\begin{vmatrix} س & س & ص \\ س & س-١ & ع \\ س & س & ١+س \end{vmatrix}$ = صفر فإن س- ص =.....(-٢ ، -١ ، ٠ ، ١)

١٠.

اذا كان الارتفاع الجانبي لهرم ثلاثي منتظم ٥ $\sqrt{٣}$ سم فإن مجموع مساحات اوجهه تساوي .....

($١٠٠\sqrt{٣}$ ، $٤٠\sqrt{٣}$ ، $٦٠\sqrt{٣}$ ، $٢٠٠\sqrt{٣}$)

١١.

اذا كان $\tilde{ن}_{ن-٢}$ = ٢٨ فإن ن = ... (٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠)

١٢.

اذا كان جـ ، بَ هما جذرا المعادلة س٢ -١١س + ٢٧ = صفر

فان $\begin{vmatrix} لو_{٣} جـ & لو_{٣} ب \\ -١ & ١ \end{vmatrix}$ = ... (٣ ، ١ ، -١ ، -٣)

١٣.

اذا وازي مستقيم كلا من مستويين متقاطعين فانه .....(عمودي علي خط تقاطعهما ، يوازي خط تقاطعهما ، عمودي علي كل منهما ، ينصف الزاوية بينهما)

١٤.

م ب جـ ء هرم رباعي قائم طول ضلع قاعدته ١٠ سم ، ارتفاع الهرم يساوي ٤ $\sqrt{٧}$ سم ، فإن طول اي حرف جانبي للهرم يساوي .....سم (٢٠ ، ١٤ ، $٤\sqrt{٧}$ ، $٩\sqrt{٢}$)

١٥.

هرم ثلاثي منتظم طول حرفة ٣ سم ، فان طول ارتفاعة يساوي .....سم(٣ ، ٦ ، $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٦}$)

١٦.

ت + ت^{٢} +ت^{٣} +ت^{٤} +.....+ ت^{٢٠١٦} =..... (-١ ، ٠ ، ١ ، ت)

١٧.

$$(\omega - \omega^{٢})^{٢} = \ldots\ldots\ldots\ldots (-٣ ، -٢ ، \omega^{٢} - ٢ ، \omega - \omega^{٢})$$

١٨.

اذا كان $\frac{٨}{٨ - ر}$: $\frac{٩}{٩ - ر}$ = ٢ : ٣ ، فإن ر = ... (٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥)

١٩.

اذا كانت ٢س +٣ص + ك ع = ٥ ، - س – ص + ع = -٢ ، س + ك ص +٣ ع = ٧ لها حل وحيد فان ك = ... ({٣، ٢}،{ -٢، ١ }،{-٣، ٢} ،{-٣، -٢}).

٢٠.

هرم ثلاثي منتظم طول ارتفاعة الجانبي ٦ $\sqrt{٣}$ سم ،فإن طول حرفة يساوي ..... (١٢ ، ١٨ ، ٦ ، ٣٦)

ثانياً: أجب عن الأسئلة التالية

٢١.

اذا كان : $\frac{\omega_{ر}^{٢٤} + \omega_{ر+١}^{٢٤}}{\omega_{ر}^{٢٤} + \omega_{ر-١}^{٢٤}} = \frac{١٥}{١١}$ فاوجد قيمة ر

٢٢.

اوجد الحد الخالي من س في مفكوك $س^{٣} \left(\frac{س}{٢} + \frac{٢}{س^{٢}} \right)^{١٢}$

٢٣.

$\overline{م}$ ب جـ ء هرم رباعى قاعدته متوازى الاضلاع $\overline{أ}$ ب جـ ء ورأسه م وكانت جـ' ، ء' منتصفا $\overline{م}$ جـ ، $\overline{م}$ ء

اثبت ان $\overline{جـ' ء'}$ // $\overline{أ ب}$ .. واذا كانت هـ ∈ $\overline{ب جـ}$ فاثبت ان $\overleftrightarrow{جـ' ء'}$ يقطع المستوى $\overline{م}$ هـ فى نقطة ن والمطلوب انشائها

٢٤.

اوجد قيم ك التي تجعل لمجموعة المعادلات الاتية :

ك س + ص + ع = ١ ، س + ك ص + ع = ١ ، س + ٢ ص + (ك − ١) = ١ حل وحيد : ثم اوجد الحل عندما ك = ـ١ باستخدام المحددات (طريقة كرامر)

٢٥.

$\overline{أ}$ ب جـ ء هرم ثلاثى ، م ∈ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ المستوى س يمر بالنقطة م ويوازى $\overline{أ}$ ب جـ ء انشئ نقط تقاطع المستوى س مع $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ، $\overleftrightarrow{ب ء}$ ، $\overleftrightarrow{أ ء}$ ولتكن ر ، ن ، ك على الترتيب ما نوع الشكل الرباعى م ر ن ك ؟

٢٦.

اثبت ان : $\begin{vmatrix} أ & ب & ١ \\ أ^{٢} & ب^{٢} & أ + ب \\ أ^{٣} & ب^{٣} & أ^{٢} + أ ب + ب^{٢} \end{vmatrix}$ = صفر

٢٧.

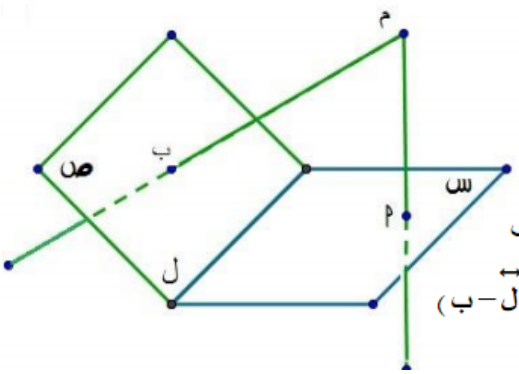
اذا كان ع$_{١}$ = جتا هـ ـ ت جا هـ ، ع$_{٢}$ = ٥ (جا ٢ هـ + ت جتا ٢ هـ) حيث : هـ ∈ $\left[\frac{ط}{٢} ، ط \right]$

جا هـ = $\frac{٢}{٥}$ فأوجد $\frac{ع_{٢}}{ع_{١}}$ علي الصوره الجبرية .

٢٨.

اذا كان $\begin{vmatrix} ١ & ٣ & ٢ \\ أ & ب & جـ \\ س & ص & ع \end{vmatrix}$: ب : جـ = س : ص : ع ، اوجد قيمة

٢٩.



في الشكل المقابل :

س ، ص مستويان متقاطعان في المستقيم (ل)

م نقطة لا تقع في اي من المستويين ،

أ ، ب مسقطاهما علي س ، ص

اولا :) اثبت ان المستقيم ل عمودي علي المستوي أ م ب

ثانيا :) اذا كان ق(أ م̂ ب) = ٦٠° فاوجد ق($\overleftrightarrow{م أ}$ ، ل – ب)

٣٠.

اثبت ان : $\begin{vmatrix} س - ع & س - ص & ص \\ س - ع & ص & س - ص \\ - ع & س - ص & س + ص \end{vmatrix} = س(٢ س - ع)(٢ ص - س)$

٣١.

اثبت ان .. اذا كان مستقيم عمودى على مستوى فكل مستوى يحوى هذا المستقيم عمودى على ذلك المستوى

٣٢.

اثبت ان : $ق_{ك} \times ق_{ن-ك}^{م-ك} = ق_{ن}^{م} \times ق_{ك}^{ن}$ حيث $ك \leq ن \leq م$

٣٣.

اوجد مقياس وسعة العدد المركب $ع = \frac{\sqrt[٣]{١+ت}}{\sqrt[٣]{١-ت}}$ ، واستنتج حلول المعادلة : $ع^{٤} = \frac{\sqrt[٣]{١+ت}}{\sqrt[٣]{١-ت}}$

٣٤.

$ا ب ج د$ هرم رباعى ، $ى$ منتصف $\overline{ا ب}$ ، $هـ$ ملتقى متوسطات المثلث $ا ج د$

($ا$) اثبت ان $\overleftrightarrow{ى هـ}$ يقطع المستوى ($ب ج د$) فى نقطة $و$

(ب) ما نوع الشكل الرباعى $ب د و ج$ ؟

٣٥.

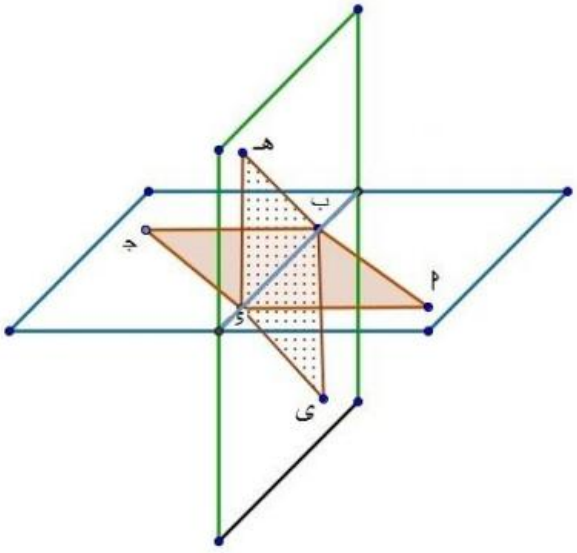
اوجد في كـ حلول المعادلة : $ت س^{٢} - ٢ س - ٤ - ٤ ت = ٠$ ثم اوجد الحل علي الصورة المثلثية.

.٣٦

في الشكل المقابل :

أ ب جـ ء ، ب هـ ء ى متوازيا اضلاع اثبت ان :

$\overleftrightarrow{جـ هـ}$ // $\overleftrightarrow{أ ى}$ ، $\overleftrightarrow{أ هـ}$ // $\overleftrightarrow{ى جـ}$



.٣٧

في مفكوك $(١ + س)^{ن}$ حسب قوي س التصاعدية اذا كان $ع_ر$ يرمز للحد الذي ترتيبة ر وكان

$ع_٣ = \frac{١}{٣} ع_٢$ ، $ع_٥ = \frac{٧}{٢٤} ع_٤$ فاوجد قيمة كل من ن ، س

.٣٨

باستخدام طريقة كرامر حل مجموعة المعادلات

$٣س + ٢ص + ٥ع = ٣$ ، $س + ص - ع = ٠$ ، $٢س + ص + ع = -٢$

.٣٩

اثبت ان : $\begin{vmatrix} س & س - ع & ص + ع \\ ص & ص - ع & ع + س \\ ع & ٠ & س + ص \end{vmatrix}$ = صفر .

٤٠.

$\overline{أ ب}$ قطر فى دائره مرسومه فى مستوى $س$ ، جـ نقطة على الدائره . $\overleftrightarrow{أ س}$ عمودى على مستوى الدائرة اخذت نقطة م $\in \overleftrightarrow{أ س}$ اثبت ان

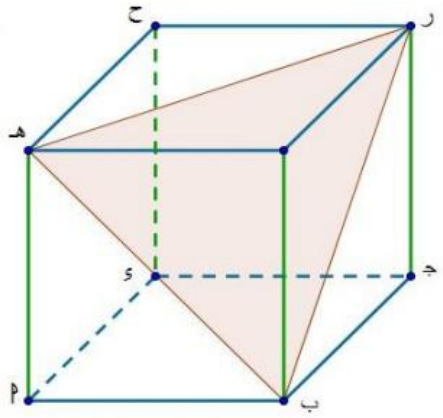
(أ) $\overline{ب جـ}$ عمودى على المستوى $أ جـ$

(ب) اذا رسم $أ هـ$ عمودى على $م جـ$ ويقطعه فى هـ فاثبت ان ق($\widehat{هـ ب}$) = ٩٠°

٤١.

اثبت بدون فك المحددات أن : $\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٤ \\ -١ & ٤ & ٧ \\ ٤ & -٣ & ٢ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٧ & ٥ & ٣ \\ ٤- & ٤ & ٢- \\ ٢ & ٣- & ٤ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٧ & ٥ & ٤ \\ ٦ & ١- & ٢ \\ ٢ & ٣- & ١- \end{vmatrix} = صفر$.

٤٢.



في الشكل المقابل $أ ب جـ د هـ و ر ح$ مكعب

اولا : استخدم المستوي $أ د و$ في اثبات ان $\overleftrightarrow{ب هـ} \perp \overleftrightarrow{د و}$

ثانيا : اثبت ان : $\overleftrightarrow{ب ر} \perp \overleftrightarrow{د و}$

ثالثا : استنتج ان $\overleftrightarrow{د و} \perp$ المستوي $ب هـ ر$

٤٣.

اذا كان $ل_{م+ن} = ٣٣٦٠$ ، $ق_{ن-٢} = ١٠$ احسب قيمة كل من م ، ن .

٤٤.

في مفكوك $\left(\frac{س^{٣}}{٢} + \frac{٢}{س}\right)^{٨}$ اوجد قيمة الحد الاوسط وترتيب الحد الخالي من س

٤٥.

أ ب جـ ء هرم ثلاثى قاعدته ب جـ ء مثلث متساوى الساقين رأسه ب فيه ب جـ = ب ء = ٢٠ سم ، جـ د = ٢٤ سم ، $\overline{\text{أ ب}}$ عمودى على المستوى ب جـ ء حيث أ ب = ١٦ سم ، س منتصف $\overleftrightarrow{\text{جـ ء}}$

(أ) اثبت ان $\overline{\text{أ س}}$ عمودى على $\overline{\text{جـ ء}}$ واحسب قياس الزاويه الزوجية (أ ـ جـ ء ـ ب)

(ب) اثبت ان المستويين أ ب س ، ب جـ ء متعامدان

٤٦.

اذا كان ع = أ + ب ت ، س = $\frac{\text{ع}+٢\text{ت}}{\text{ع}-\text{ت}}$ اوجد ع عندما يكون س عددا حقيقيا

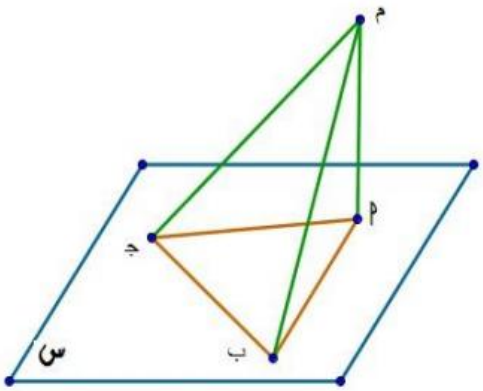
٤٧.

اثبت ان : $\begin{vmatrix} \text{أ} + \text{ب س} & \text{أ س} + \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{ء} + \text{هـ س} & \text{ء س} + \text{هـ} & \text{و} \\ \text{ل} + \text{م س} & \text{ل س} + \text{م} & \text{ن} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{جـ} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \\ \text{ل} & \text{م} & \text{ن} \end{vmatrix} (١ - \text{س}^{٢})$

٤٨.

حل المعادلة $\text{ع}^{٥} = \frac{\sqrt[٣]{٩}}{٢} (١ - \text{ت} \sqrt[٣]{٨})$

٤٩.



اذا كان $\overline{م أ} \perp$ س وكان $\overline{أ ب} \perp \overline{أ جـ}$ ،
م أ = ١٢ سم ، أ ب = أ جـ = ٦ سم
اوجد مساحة Δ م ب جـ

٥٠.

في مفكوك $(١ + م س)^{ن}$ اذا كانت نسبة معامل $ح_{٨}$ الي معامل $ح_{٩}$ هي ٤٠ : ٢١ وقيمة معامل $ح_{٤}$ = ٤٨ معامل $ح_{٩}$ احسب قيمة كل من ن ، م .